

для вузов/ Под ред. Профессора А.М. Ахмедзянова. – М.: Машиностроение, 2000. –454 с.; ил.

4. Зрелов В.А., Проданов М.Е. Информационное поле отечественных ГТД // Докл. Междунар. научн.-техн. конф., посвящ. памяти генерального конструктора аэрокосмической техники акад. Н.Д. Кузнецова. Ч.1. – Самара: СГАУ, 2001.С.214-228.
5. В.В. Кулагин. Теория, расчет и проектирование авиационных двигателей и энергетических установок: Учебник. – М.: Машиностроение, 2002. – 616 с.: ил.

К ВОПРОСУ ОБ ЭКОНОМИЧЕСКОМ РАВНОВЕСИИ

Завершинский И.П., Максимов В.В., Ратис Ю.Л.

Самарский государственный аэрокосмический университет, г. Самара

В работе предложена модификация хорошо известной модели Гудвина-Калецкого для предприятия, на котором внедрена система управления качеством и исследованы его решения.

В процессе организации экономической деятельности менеджеры предприятий, как правило, стремятся максимизировать прибыль. При этом основное предположение заключается в том, что предупредительная деятельность, направленная на предотвращение возможности возникновения дефектов, соответствует правилу Парето: т.е. мы в первую очередь работаем над теми проблемами, решение которых дает наибольший результат по снижению расходов. Учтем в балансе доходов и расходов затраты на качество. Соответствующая функция является существенно нелинейной, рис.1.

В силу этого часть уравнений баланса, введенных и исследованных в работах [1-3], остаются неизменными.

$$B = \alpha(1 - c)Y - \kappa \cdot K, \quad (1)$$

где Y - продукция предприятия, K - величина основного капитала предприятия, B - объем решений о капиталовложениях в предприятие, причем инвестиции связаны с решением о таковых уравнением:

$$I = \frac{1}{\theta} \int_{t-\theta}^t B(t') dt', \quad (2)$$

где θ - время запаздывания.

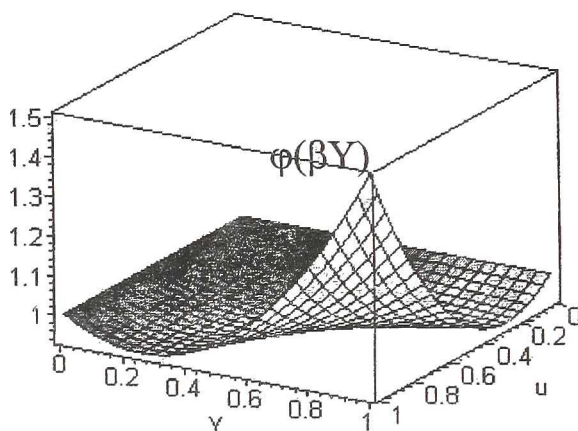


Рис.1. Взаимосвязь между затратами на качество и достигнутым уровнем качества, Y нормировано на суммарное ценовое выражение продукта, β - доля дефектной продукции

Потребительские расходы C предприятия связаны с произведенной продукцией Y стандартным соотношением

$$C = c \cdot Y. \quad (3)$$

Величина основного капитала меняется с течением времени по закону

$$\frac{dK}{dt} = B(t - \theta). \quad (4)$$

Кроме того, мы должны добавить зависимость между спросом и произведенным продуктом [1]

$$Y = \frac{Z\mu}{\mathcal{D} + \mu}, \quad (5)$$

где $\mathcal{D} = \frac{d}{dt}$ - дифференциальный оператор.

Связь (5) описывает отставание произведенного продукта от величины спроса.

Меняется лишь уравнение баланса

$$Z = C + I + A + \varphi(D), \quad (6)$$

где Z - спрос, C - потребительские расходы, I - инвестиционные расходы, A - независимые расходы, $\varphi(D)$ - расходы на контроль качества продукции, D - дефектная продукция в ценовом выражении. D и Y связаны соотношением

$$Y = Q + D, \quad (7)$$

где Q - качественная продукция в ценовом выражении.

Строго говоря, в рамках сделанных предположений величина φ зависит от всех экономических параметров, определяющих текущее состояние экономики «предприятия в целом». Однако в бюджете предприятия расходы на контроль качества, как правило, пропорциональны объему выпускаемой продукции. В силу этого на начальном этапе исследований разумно предположить, что

$$D = \beta Y. \quad (8)$$

С учетом сделанных замечаний система уравнений (1)-(8) сводится к виду

$$\begin{cases} \frac{dY}{dt} = \mu \left\{ (c-1)Y(t) + \frac{1}{\vartheta} [K(t+\vartheta) - K(t)] + A(t) + \varphi(\beta Y(t)) \right\} \\ \frac{dK(t+\vartheta)}{dt} = \alpha(1-c)Y(t) - kK(t) \end{cases} \quad (9)$$

Входящие в уравнения (1)-(12) константы α , β , c , k , θ и μ являются параметрами, подлежащими нахождению в процессе идентификации модели. Параметр k обычно меняется в пределах $0.05 < k < 0.3$, параметр β обычно меняется в пределах $0.05 < \beta < 0.2$.

Особо остановимся на роли времен задержки μ и θ . Дело в том, что именно иерархия характерных времен эволюции системы определяет многие непривычные эффекты в динамических системах с запаздыванием.

Если время θ , за которое осуществляются инвестиции, мало, то выражения в (9) можно разложить в ряд Тейлора по параметру θ и ограничиться нулевыми членами ряда.

В современных условиях жесткой конкуренции системы контроля качества вводятся очень быстро. Поэтому логично на первом этапе исследований ограничиться приближением «расторопного инвестора», в рамках которого считается, что $\vartheta \rightarrow 0$. В этом приближении система уравнений (9) сильно упрощается и превращается в систему обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dY}{dt} = \mu \{ (\alpha - 1)(1 - c)Y(t) - kK(t) + A(t) + \varphi(\beta Y(t)) \} \\ \frac{dK(t)}{dt} = \alpha(1 - c)Y(t) - kK(t) \end{cases}, \quad (10)$$

анализ свойств которой производится стандартными методами.

Система (10) может быть сведена к одному уравнению

$$\frac{d^2 Y}{dt^2} + \left[k + \mu \left((1 - c)(1 - \alpha) + \frac{d\varphi}{dY} \right) \right] \frac{d\varphi}{dY} + \mu k [(1 - c)Y - A - \varphi(Y)] = 0. \quad (11)$$

Особые точки уравнения (11) можно определены графически (рис.2).

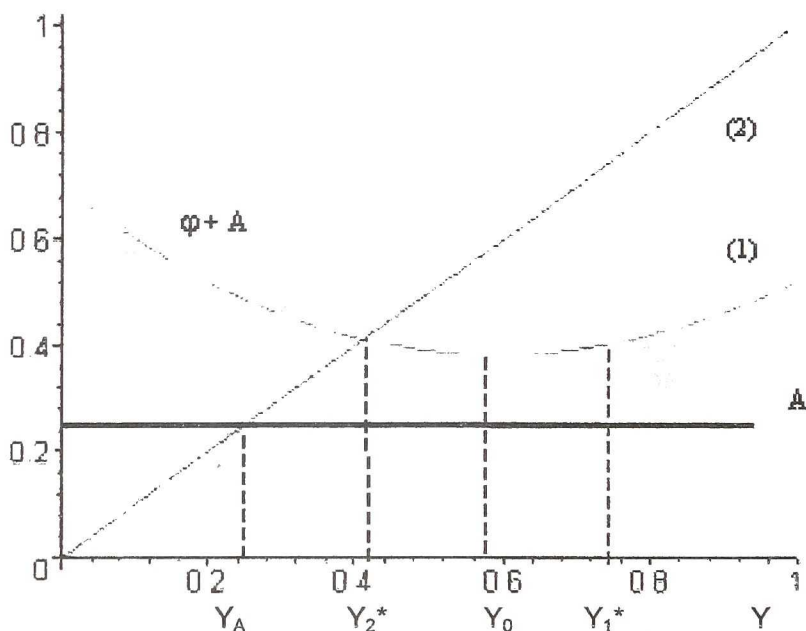


Рис.2. Особые точки уравнения (11)

Линеаризация уравнения (11) относительно значения Y^* приводит к следующему характеристическому уравнению

$$\lambda_{1,2} = 0.5 \left[-k - \mu \left((1 - c)(1 - \alpha) + \frac{d\varphi}{dY} \Big|_{Y=Y^*} \right) \pm \sqrt{\left[k + \mu \left((1 - c)(1 - \alpha) + \frac{d\varphi}{dY} \Big|_{Y=Y^*} \right) \right]^2 - 4\mu k \left(1 - c - \frac{d\varphi}{dY} \Big|_{Y=Y^*} \right)} \right]$$

В случае (1) (много дефектов) особая точка $(Y_1^*, 0)$ – всегда устойчивый узел т.е. равновесие устанавливается при значении Y_1^* .

В случае (2) (мало дефектов) особая точка $(Y_2^*, 0)$ – устойчивый узел или фокус при

$$-k - \mu \left((1-c)(1-\alpha) + \frac{d\varphi}{dY} \Big|_{Y=Y^*} \right) < 0$$

и не устойчивый узел или фокус при

$$-k - \mu \left((1-c)(1-\alpha) + \frac{d\varphi}{dY} \Big|_{Y=Y^*} \right) > 0.$$

При этом возможна реализация автоколебательного режима в окрестности равновесия. Оценки показывают, что это наиболее вероятный и часто встречающийся сценарий функционирования экономического субъекта, хотя и первый сценарий не столь невероятен. Пример – выпуск процессоров к первым ЭВМ типа IBM PC, когда до 80% продукции была дефектной.

Таким образом, параметры и характер состояния равновесия, имеющего место при учете затрат на качество отличается и от параметров равновесия, соответствующего системе Гудвина-Калецкого без учета данных затрат Y_0 [1,2,4-8] и от так называемого «экономического равновесия» Y_A , определяемого в теории управления качеством по правилу Парето.

Список литературы

1. Goodwin R.M. The non-linear accelerator and the Persistence of Business Cycles// *Econometrica*, 1951, №19, p1-17.
2. Kalecki M., *Theory of Economic Dynamics*// Allen and Unwin, 1954.
3. Швидак А.И. Качественные методы анализа нестабильной экономики// СамИИТ, РАТ, Самара, 2000, 170 с.
4. Лебедев В.В. Математическое моделирование социально-экономических процессов.- М.: ИРГА, 1997. 221 с.
5. Петров А.А., Шананин А.А. Опыт математического моделирования экономики.- М.: Энергоатомиздат, 1996. 562 с.
6. Эрроусмит Д., Плейс К. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Качественная теория с приложениями.- М.: Мир, 1986. 243 с.
7. Шелобаев С.И. Математические методы и модели в экономике, финансах, бизнесе. - М.: 2000, 367с.
8. Экономико-математические методы и модели / Под ред. А.В. Кузнецова.- Минск: 1999. 413с.